

# Инверсия кубита на основе двойной квантовой точки, управляемой полями лазера и резонатора

А.В. Цуканов<sup>1,2</sup>, В.Г. Чекмачев<sup>1,2</sup>

Физико-технологический институт РАН<sup>1</sup>, Московский физико-технический институт<sup>2</sup>

В нашей работе рассматривается одноэлектронная двойная квантовая точка (ДКТ), помещенная в высокодобротный оптический резонатор. Данная структура может использоваться для кодировки квантовой информации в локализованные одноэлектронные состояния, перераспределение заселенностей которых (квантовые операции) осуществляется с помощью оптических полей лазера и резонатора. Динамика системы моделируется при помощи уравнения Линдблада для матрицы плотности, а инверсия состояний кубита (или операция NOT) может быть реализована с хорошей точностью. Собственные частоты электрон-фотонной системы, на которых оптическое воздействие на ДКТ особенно эффективно, рассчитываются численно путем моделирования спектроскопического отклика.

## 1. Введение

Полупроводниковые квантовые точки (КТ), которые также иногда называют искусственными атомами, являются активно исследуемыми объектами, как в теоретической, так и в экспериментальной физике. Возможность формирования упорядоченных структур на основе КТ вместе с доступностью контроля спектральных и когерентных свойств отдельных КТ делает их перспективными кандидатами для использования в области квантовой информации, а именно, для формирования на их основе кубитов.

В нашей работе рассматривается система, состоящая из одного электрона и двух КТ, разделенных потенциальным барьером, который препятствует туннелированию электрона между их основными состояниями. Волновые функции электрона в этих состояниях локализованы в каждой из КТ. Напротив, электрон в возбужденном состоянии КТ, лежащем вблизи вершины барьера, может туннелировать между точками. Таким образом, основные состояния в КТ соответствуют логическим состояниям кубита, а возбужденные состояния будут являться в данном случае вспомогательными транспортными уровнями.

Квантовые операции осуществляются с помощью полей лазера и оптического высокодобротного микрорезонатора (МР) на частотах резонансного перехода между логическими состояниями кубита и вспомогательными состояниями делокализованными в ДКТ. Поскольку логические состояния являются основными состояниями КТ, такой кубит, как ожидается, будет достаточно стабилен.

В данной работе учтен ряд диссипативных эффектов, свойственных описанной выше системе на основе ДКТ. Некогерентные процессы представлены уходом фотонов из МР вследствие его неидеальности и спонтанными переходами между уровнями КТ. Как мы увидим, несмотря на присутствие этих диссипативных процессов, элементарная квантовая операция инверсии (вентиль NOT) может быть реализована на данном кубите с достаточно высокой точностью.

## 2. Модель и основные уравнения

Рассмотрим пару двухуровневых КТ (А и В), помещенных в одномодовый МР, которая содержит один электрон. Потенциальный профиль структуры в направлении роста и схема ее энергетических уровней показаны на рис. 1.

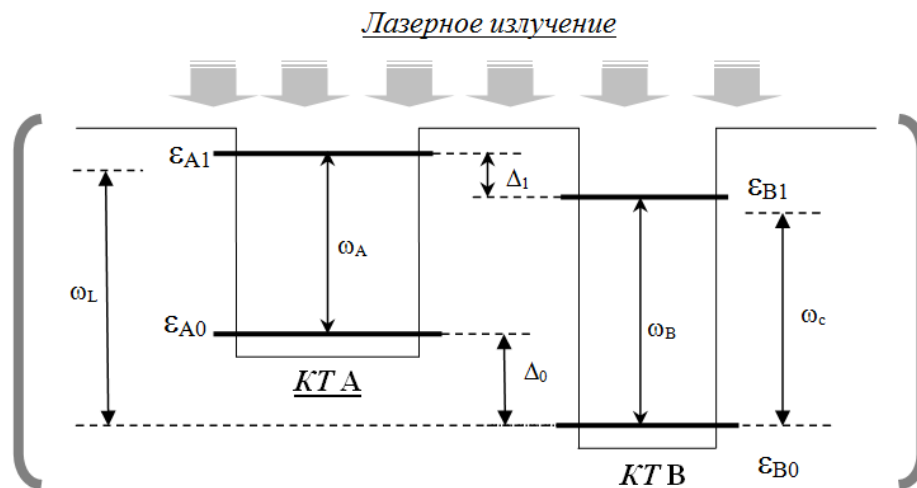


Рис. 1. Схема двойной квантовой точки в комбинированном поле лазера и резонатора.

Гамильтониан сформированной таким образом четырехуровневой одноэлектронной ДКТ и МР имеет вид

$$H_0 = \omega_c a^\dagger a + \varepsilon_{A0} |A0\rangle\langle A0| + \varepsilon_{B0} |B0\rangle\langle B0| + \varepsilon_{A1} |A1\rangle\langle A1| + \varepsilon_{B1} |B1\rangle\langle B1| - V(|A1\rangle\langle B1| + |B1\rangle\langle A1|), \quad (1)$$

где  $\omega_c$  - частота моды МР,  $a$  - оператор уничтожения фотона в данной моде,  $\varepsilon_{A0}, \varepsilon_{B0}, \varepsilon_{A1}, \varepsilon_{B1}$  - энергии уровней изолированных КТ,  $V > 0$  - матричный элемент (энергия) туннелирования электрона между возбужденными уровнями КТ (здесь и далее полагаем постоянную Планка равной единице). Поле МР вызывает вертикальные переходы  $|A0\rangle \leftrightarrow |A1\rangle$  и  $|B0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$  между основными ( $|A0\rangle$  и  $|B0\rangle$ ) и возбужденными ( $|A1\rangle$  и  $|B1\rangle$ ) состояниями КТ, которые с учетом а) приближения вращающейся волны и б) дипольного приближения описываются гамильтонианом Джейнса-Каммингса

$$H_{JC} = g_A (|A0\rangle\langle A1| a^\dagger + |A1\rangle\langle A0| a) + g_B (|B0\rangle\langle B1| a^\dagger + |B1\rangle\langle B0| a), \quad (2)$$

где  $g_A$  и  $g_B$  - не зависящие от времени коэффициенты взаимодействия ДКТ и МР (частоты Раби). Частота электронного перехода в КТ А (В) равна разности энергий ее состояний:  $\omega_{A(B)} = \varepsilon_{A(B)1} - \varepsilon_{A(B)0}$ . Кроме квантового поля МР, ДКТ аналогичным образом взаимодействует еще и с лазерным (классическим) полем, задаваемым гамильтонианом

$$H_L = \Omega_A \cos(\omega_L t) (|A1\rangle\langle A0| + |A0\rangle\langle A1|) + \Omega_B \cos(\omega_L t) (|B1\rangle\langle B0| + |B0\rangle\langle B1|), \quad (3)$$

где  $\Omega_A$  и  $\Omega_B$  - не зависящие от времени амплитуды (частоты Раби) лазера в КТ А и В, а  $\omega_L$  - частота лазера. Таким образом, полный гамильтониан ДКТ в квантовом и классическом полях представляется в виде суммы выражений (1), (2) и (3):

$$H = H_0 + H_{JC} + H_L. \quad (4)$$

Отметим, что в модели (4) мы пренебрегаем туннелированием между основными состояниями КТ, а также диагональными переходами  $|A0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$  и  $|B0\rangle \leftrightarrow |A1\rangle$ .

Для дальнейшей работы с выражением (4) удобно перейти в систему отсчета, связанную с лазером, с помощью унитарного преобразования  $T = \exp[-i\omega_L (|A1\rangle\langle A1| + |B1\rangle\langle B1| + a^\dagger a)t]$ . При этом гамильтониан (4) преобразуется как

$$\tilde{H} = T^\dagger H T + i \frac{\partial T^\dagger}{\partial t} T = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_{JC} + \tilde{H}_L, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 &= \Delta a^\dagger a - \frac{1}{2}(\Delta_1 + \delta_A - \delta_B)(|A0\rangle\langle A0| - |B0\rangle\langle B0|) \\ &+ \frac{1}{2}(\delta_A + \delta_B - \Delta_1)|A1\rangle\langle A1| + \frac{1}{2}(\delta_A + \delta_B + \Delta_1)|B1\rangle\langle B1| - V(|A1\rangle\langle B1| + |B1\rangle\langle A1|), \\ \tilde{H}_L &= \frac{\Omega_A}{2}(|A1\rangle\langle A0| + |A0\rangle\langle A1|) + \frac{\Omega_B}{2}(|B1\rangle\langle B0| + |B0\rangle\langle B1|), \quad \tilde{H}_{JC} = H_{JC} \end{aligned} \quad (6)$$

и введены следующие обозначения:  $\Delta_{0(i)} = \varepsilon_{B0(i)} - \varepsilon_{A0(i)}$  - разность энергий основных (возбужденных) состояний КТ А и КТ В,  $\delta_{A(B)} = \omega_{A(B)} - \omega_L$  - отстройка частот перехода в КТ А (В) и лазера,  $\Delta_{A(B)} = \omega_c - \omega_{A(B)}$  - отстройка частот МР и перехода в КТ А (В) и  $\Delta = \omega_c - \omega_L$  - отстройка частот МР и лазера. Обращаем внимание на то, что в новой системе отсчета гамильтониан не зависит от времени.

Помимо взаимодействия с монохроматическими полями, МР и ДКТ контактируют с континуумом (резервуаром) фотонных и фононных мод, что приводит к потере когерентности электрон-фотонного состояния. Как правило, резервуар общего вида описывается ансамблем гармонических осцилляторов, линейно взаимодействующих с квантовой системой в приближении Борна-Маркова [1]. Для учета некогерентных процессов мы воспользуемся известным подходом, который базируется на введении так называемых супероператоров Линдблада [2], описывающих распад фотонных состояний МР и электронных состояний ДКТ. Выпишем уравнение Линдблада для редуцированного оператора  $\rho$  плотности ДКТ и МР:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[\tilde{H}, \rho] + L_{\Sigma} \rho, \quad (7)$$

где  $L_{\Sigma} \rho = \sum_m \gamma_m L_m \rho$  - суммарный оператор Линдблада, а  $L_m \rho = 2A_m \rho A_m^\dagger - A_m^\dagger A_m \rho - \rho A_m^\dagger A_m$  - парциальный оператор Линдблада, характеризующий распад некоторой величины, которой соответствует оператор  $A_m$  ( $\gamma_m$  - скорость распада). Нас будут интересовать заселенности состояний электрон-фотонной системы, которые равны диагональным элементам матрицы плотности  $\rho$ .

В данной работе мы ограничимся рассмотрением диссипации фотонов из МР ( $m = 1$ ) со скоростью  $\psi$  и распадом возбужденных состояний КТ А ( $m = 2$ ) и В ( $m = 3$ ), обусловленным испусканием фотона или оптического фонона со скоростями  $\gamma_A$  и  $\gamma_B$ , соответственно:

$$A_1 = a, \gamma_1 = \psi; \quad A_2 = |A0\rangle\langle A1|, \gamma_2 = \gamma_A; \quad A_3 = |B0\rangle\langle B1|, \gamma_3 = \gamma_B. \quad (8)$$

Как правило, наиболее быстрым из этих процессов является уход фотона из МР в моды континуума. К сожалению, оптическое качество существующих полупроводниковых МР, содержащих КТ, довольно невысокое, а их добротность  $Q = \omega_c / \psi$  обычно не превышает  $10^5$  [3 - 5]. Для частоты МР  $\omega_c \sim 10^{14}$  Гц, соответствующей частотам перехода  $\omega_{A,B} \sim 0.1$  эВ в нашей ДКТ, получаем оценку  $\psi \sim 10^{-5} \omega_c \sim 1$  ГГц. Релаксация возбужденной КТ, взаимодействующей с фононным резервуаром, в общем случае представляет собой многостадийный процесс, скорость которого резко зависит от частоты перехода в КТ [6]. В нашей работе мы будем полагать  $\gamma_A = \gamma_B \sim 10^{-7} \omega_c$ , что может быть реализовано в GaAs КТ при гелиевой температуре.

Опишем кратко метод решения уравнения (7). Прежде всего, нам необходимо выбрать пространство базисных векторов, содержащих компоненты фотонной и электронной подсистем. Каждый такой вектор представляет собой прямое произведение вида  $|s\rangle = |k\rangle \otimes |n\rangle$ , где индекс  $k$  пробегает по четырем состояниям ДКТ, а индекс  $n$  равен числу фотонов в МР. Таким образом, размерность пространства  $d = 4n_{\max} + 2$  задается максимальным количеством фотонов  $n_{\max}$  (входной параметр задачи). Операторы, входящие в (7), выражаются стандартным

образом через прямые произведения базисных векторов (например, в узельном бинарном представлении). Удобно «развернуть» матричное уравнение (7) в векторное [7]:

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = -i[\tilde{H} \otimes I - I \otimes \tilde{H}^T] \vec{\rho} + \sum_m 2\gamma_m \left\{ A_m \otimes A_m^* - \frac{1}{2} [A_m^+ A_m \otimes I + I \otimes (A_m^+ A_m)^T] \right\} \vec{\rho} = \tilde{L} \vec{\rho}, \quad (9)$$

где вектор  $\vec{\rho}$  представлен столбцом длиной  $d^2$ , который формируется из столбцов матрицы  $\rho$  (первый столбец матрицы  $\rho$  составляет первые  $d$  элементов вектора  $\vec{\rho}$ , второй столбец - вторые  $d$  элементов и т.д.),  $I$  – единичная матрица размером  $d \times d$ , а верхний индекс  $T$  означает операцию транспонирования. Диагональные элементы матрицы  $\rho_{s,s}$  ( $1 \leq s \leq d$ ), которые равны заселенностям базисных состояний, располагаются на позициях  $s' = (s-1)d + s$  данного вектора. Поскольку гамильтониан системы не зависит от времени, то нахождение решения (9) может быть проведено без привлечения процедуры численного интегрирования. Предположим, что нам известно преобразование  $U$ , диагонализующее матрицу  $\tilde{L}$  в правой части уравнения (9). Матрица  $U$  образована из собственных векторов матрицы  $\tilde{L}$ , используемых здесь в качестве столбцов. Тогда решение (9) для начального вектора  $\vec{\rho}(0)$  дается формулой

$$\vec{\rho}(t) = USU^{-1} \vec{\rho}(0), \quad S = \text{diag} \left\{ \exp(-i\varepsilon_1 t), \dots, \exp(-i\varepsilon_{d^2} t) \right\}, \quad (10)$$

где  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{d^2}$  – собственные значения матрицы  $\tilde{L}$  (всего  $d^2$ ). Следовательно, решение задачи сводится к нахождению собственных значений и векторов матрицы  $\tilde{L}$ , которое является гораздо менее затратной процедурой, чем численное интегрирование системы дифференциальных уравнений. Сложность вычислений определяется размером  $d^2 \times d^2$  диагонализуемой матрицы  $\tilde{L}$ . Воспользовавшись результатами данного раздела, мы проведем анализ поведения диссипативной системы «ДКТ + МР + лазер» для нескольких случаев, важных в прикладном отношении.

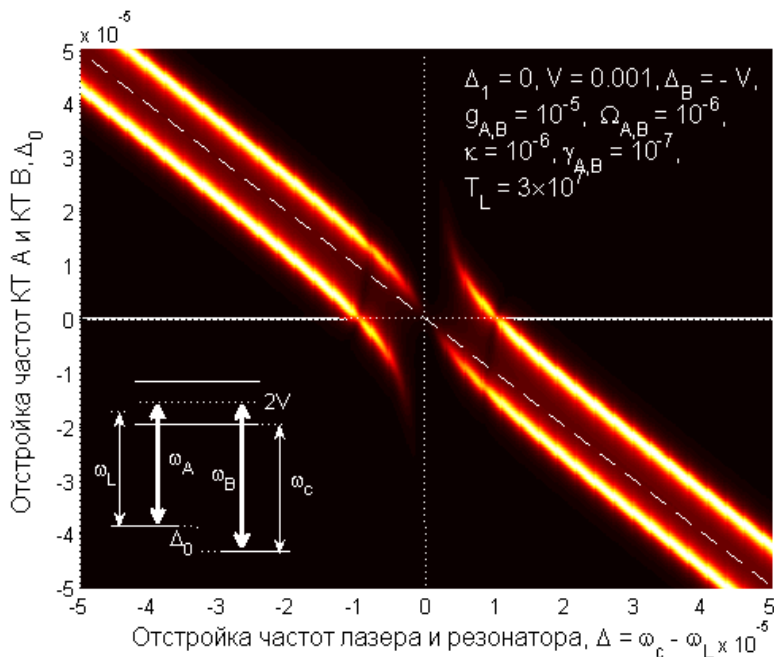
### 3. Спектроскопический отклик системы в резонансном режиме и реализация инверсии кубита

Рассмотрим ситуацию, когда энергии возбужденных состояний КТ А и КТ В совпадают, то есть  $\Delta_1 = 0$ . В этом случае уровни  $|A1\rangle$  и  $|B1\rangle$  изолированных КТ активно гибридизируются за счет электронного туннелирования. Новые состояния  $|+\rangle = (|A1\rangle + |B1\rangle)/\sqrt{2}$  и  $|-\rangle = (|A1\rangle - |B1\rangle)/\sqrt{2}$ , являющиеся собственными для гамильтониана ДКТ  $H_0$ , имеют энергии  $\varepsilon_+ = \varepsilon_{A1} - V$  и  $\varepsilon_- = \varepsilon_{A1} + V$ , соответственно. Выберем частоты лазера и МР так, что в ДКТ реализуется трехуровневая лямбда-схема электронных переходов, левое плечо которой отвечает переходу в КТ А под действием лазерного поля, а переход в правом плече вызывается квантовым полем МР. Будем говорить, что ДКТ находится в резонансном режиме, когда выполнено условие строгого двухфотонного резонанса с одним из гибридизованных возбужденных состояний ДКТ. Если в качестве такого состояния выбрано состояние  $|+\rangle$ , то данное условие записывается в виде двух равенств:

$$\Delta_B = -V, \quad \Delta_0 = -\Delta. \quad (11)$$

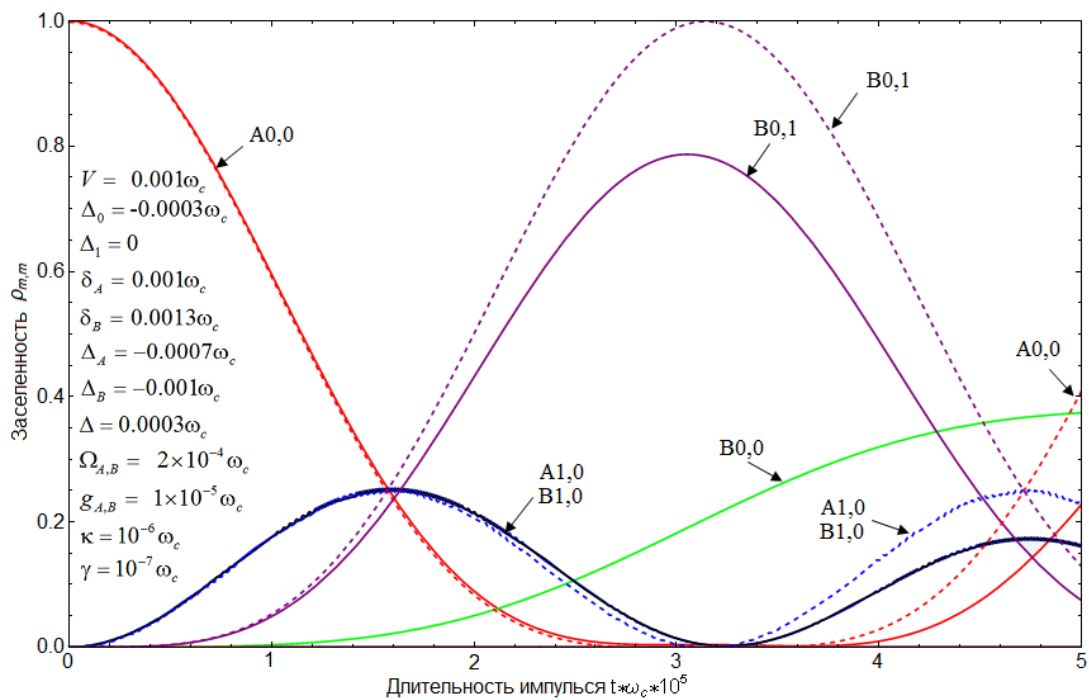
Чтобы ответить на вопрос, как система будет реагировать на внешнее излучение, вычислим вероятность ее возбуждения из основного состояния КТ А в пустом МР (т.е. из базисного состояния  $|A0\rangle \otimes |0\rangle$ ),  $P_{exc} = 1 - P_{A0,0}$ , как функцию частоты лазера и одного из параметров ДКТ. Максимумы этой величины должны соответствовать минимумам спектра поглощения ДКТ, наблюдаемого экспериментально. Вероятность (заселенность)  $P_{A0,0}$  отождествляется с соответствующим диагональным элементом матрицы плотности  $\rho$ , удовлетворяющей

уравнению (9). Выбирая амплитуду лазерного импульса достаточно малой,  $\Omega_{A(B)} \leq \psi$ , а длительность его действия – большой,  $T_L \geq 1/\Omega_{A(B)}$ , мы определяем  $P_{exc}$  в установившемся (steady-state) режиме.



**Рис. 2.** Контурный график функции  $P_{exc}$  в координатах  $\Delta$  и  $\Delta_0$  в установившемся резонансном однофотонном режиме. Схема уровней ДКТ показана в левом нижнем углу. Параметры ДКТ и полей приведены в правом верхнем углу. Диагональная пунктирная линия  $\Delta_0 = -\Delta$  соответствует условию строгого резонанса (11) в обеих КТ.

Используя данные, полученные в ходе моделирования спектроскопического отклика системы (рис. 2), становится возможным определить набор параметров задачи, при которых реализация вентиля NOT происходит с наибольшей вероятностью.



**Рис. 3.** Заселенность уровней ДКТ в резонансном режиме с учетом диссипации (жирная линия) и без нее (штрихованная линия).

Список параметров задачи приведен слева на рис. 3, в данном случае наблюдается строгий резонанс в обеих КТ, т.е. выполнено условие  $\Delta_0 = -\Delta$ . На начальном этапе эволюции электрон осциллирует, совершая затухающие циклические переходы Раби  $|A0,0\rangle \leftrightarrow |+,0\rangle \leftrightarrow |B0,1\rangle$ , описываемые трехуровневой лямбда-схемой. Так же стоит отметить синхронность заселения промежуточных состояний  $|A1,0\rangle$  и  $|B1,0\rangle$  (осцилляции меньшей амплитуды на рис. 3), которая объясняется высокой скоростью туннелирования между КТ по сравнению со скоростями обмена энергией между полями и ДКТ:  $V \gg g_{A(B)}, \Omega_{A(B)}$  [8].

Как мы можем видеть из полученного графика (рис. 3), максимальная заселенность уровня  $|B0,1\rangle$  при учете диссипативных эффектов составляет 0.79 при  $T_L = 2\pi/\Omega_{A(B)} = \pi/g_{A(B)}$ , что позволяет говорить о возможности реализации в системе с использованием ДКТ операции инверсии кубита. Для приведенных в п. 2 параметров получаем оценку  $T_L \sim 1$  нс. В идеализированном случае, без учета некогерентного взаимодействия при той же конфигурации системы вентиль NOT реализуется с вероятностью близкой к 1.

## 4. Заключение

В данной работе мы моделируем и анализируем спектроскопический отклик полупроводниковой одноэлектронной ДКТ, взаимодействующей с квантовым полем микрорезонатора и лазерным импульсом с учетом диссипативных эффектов. Затем, основываясь на результатах спектроскопического исследования системы, производится подбор параметров, при которых возможна реализация однокубитного вентиля NOT с наибольшей вероятностью. Как было показано в данной работе, ДКТ под управлением полей лазера и микрорезонатора может быть использована для реализации квантовомеханической операции инверсии.

Работа поддержана Программой фундаментальных научных исследований ОНИТ РАН «Элементная база квантовых компьютеров» (проект 1.5).

## Литература

1. Leggett A. J., Chakravarty S., Dorsey A. T., Fisher P. A., Anupam Garg, and Zwerger W. Dynamics of the dissipative two-state system // Rev. Mod. Phys. 1987. V. 59 P. 1.
2. Walls D.F., Milburn G. J. Quantum Optics. Springer, 2008.
3. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые вычисления на квантовых точках в полупроводниковых микрорезонаторах. Часть I. // Микроэлектроника. 2014. Т. 43. С. 323.
4. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые вычисления на квантовых точках в полупроводниковых микрорезонаторах. Часть II. // Микроэлектроника. 2014. Т. 43. С. 403.
5. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые вычисления на квантовых точках в полупроводниковых микрорезонаторах. Часть III. // Микроэлектроника. 2015. Т. 44. С. 79.
6. Zibik E.A., Grange T., Carpenter B.A., Porter N.E., Ferreira R., Bastard G., Stehr D., Winnerl S., Helm M., Liu H.Y., Skolnick M.S., and Wilson L.R. Long lifetimes of quantum-dot intersublevel transitions in the terahertz range // Nature Mat. 2009. V. 8. P. 803.
7. Кнап М., Arrigoni E., von der Linden W., and Cole J.H. Emission characteristics of laser-driven dissipative coupled-cavity systems // Phys. Rev. B. 2011. V. 83. №2. P. 023821.
8. Tsukanov A.V. Rabi oscillations in the four-level double-dot structure under the influence of the resonant pulse // Phys. Rev. B. 2006. V. 73. P. 085308.